

ΛΥΣΗ

α) Αν είναι R η ακτίνα του κύκλου μήκους $L = 10$, τότε:

$$L = 10 \text{ ή } 2\pi R = 10 \text{ ή } R = \frac{10}{2\pi} \text{ ή } R = \frac{5}{\pi}$$

Η πλευρά λ_3 ενός ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι $\lambda_3 = R\sqrt{3}$.

Συνεπώς η περίμετρός του είναι $P_3 = 3 \cdot \lambda_3 = 3R\sqrt{3}$.

Επομένως, η περίμετρος του ισοπλεύρου τριγώνου που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο

μήκους 10 είναι $P_3 = 3 \cdot \frac{5}{\pi} \cdot \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{\pi}$.

β) Η πλευρά λ_6 του κανονικού εξαγώνου είναι $\lambda_6 = R$, όπου R είναι η ακτίνα του κύκλου.

Επομένως $\lambda_6 = \frac{5}{\pi}$. Η περίμετρος του κανονικού εξαγώνου είναι $P_6 = 6 \cdot \lambda_6 = 6 \cdot \frac{5}{\pi} = \frac{30}{\pi}$.

γ) Θεωρούμε τα κανονικά πολύγωνα που είναι εγγεγραμμένα στον κύκλο με μήκος 10.

Γνωρίζουμε ότι η περίμετρος κάθε τέτοιου κανονικού πολυγώνου είναι μικρότερη από το μήκος του κύκλου στον οποίο είναι εγγεγραμμένο, δηλαδή του 10. Επίσης, εφόσον το πλήθος των πλευρών διπλασιάζεται η τιμή της περιμέτρου είναι όλο και μεγαλύτερη, αλλά παραμένει μικρότερη από το 10.

Άρα $P_3 < P_6 < P_{12} < P_{24} < 10$ ή $\frac{15\sqrt{3}}{\pi} < \frac{30}{\pi} < P_{12} < P_{24} < 10$.