

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία  $A(1,0)$  και  $B(0,-1)$  και ο κύκλος  $c_1$  με εξίσωση

$$c_1: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 2.$$

α) Να αποδείξετε ότι το σύνολο των σημείων  $N(x,y)$  του επιπέδου, τα οποία ικανοποιούν τη σχέση  $\overline{NA}^2 - \overline{NB}^2 = 4$ , ανήκουν στην ευθεία ( $\varepsilon$ ) με εξίσωση  $y = -x - 2$ .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το σύνολο των σημείων  $P$  του επιπέδου, τα οποία ικανοποιούν την εξίσωση  $2x^2 + 2y^2 + 10x + 14y + 21 = 0$ , ανήκουν σε κύκλο  $c_2$  κέντρου  $\Lambda\left(-\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}\right)$  και ακτίνας  $R = 2\sqrt{2}$ .

(Μονάδες 6)

γ)

i. Να αποδείξετε ότι οι δύο κύκλοι  $c_1$  και  $c_2$  εφάπτονται εξωτερικά και στη συνέχεια να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη απόσταση των σημείων τους.

(Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ( $\varepsilon$ ) είναι η κοινή εσωτερική εφαπτομένη των κύκλων  $c_1$  και  $c_2$ .

(Μονάδες 6)