

ΛΥΣΗ

α) Η δοσμένη ισότητα γράφεται $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2$, οπότε $2\alpha\beta = 2$. Άρα $\alpha\beta = 1$.

β) Με $\alpha\beta = 1$, έχουμε:

$$(\alpha\beta - 2)^6 + (\alpha\beta + 1)^2 = (1 - 2)^6 + (1 + 1)^2 = (-1)^6 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

που είναι το ζητούμενο.