ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$f(2)=|2-3|+4=|-1|+4=1+4=5$, $f(3)=|3-3|+4=4$ και $f(4)=|4-3|+4=|1|+4=1+4=5$

β) Η εξίσωση $f(x)=3$ γράφεται $|x-3|+4=3$ και είναι ισοδύναμη με την $|x-3|=-1$. Η τελευταία εξίσωση όμως είναι αδύνατη, αφού δεν υπάρχει πραγματικός αριθμός του οποίου η απόλυτη τιμή να είναι αρνητική.

γ) i. Με $x\geq 3$ έχουμε: $x-3\geq 0$, οπότε $|x-3|=x-3$. Άρα, $f(x)=x-3+4=x+1$, που είναι το ζητούμενο.

ii. Με $x\geq 3$ είναι:

$$\frac{x^2}{16}+x=f(x)\Leftrightarrow\frac{x^2}{16}+x=x+1\Leftrightarrow\frac{x^2}{16}=1\Leftrightarrow x^2=16\Leftrightarrow x=-4 \text{ ή } x=4$$

Η λύση $x=-4$ απορρίπτεται, αφού $x\geq 3$. Άρα η εξίσωση έχει μοναδική λύση την $x=4$.