

ΛΥΣΗ

α) Οι λύσεις της ανίσωσης (1) είναι :

$$3(2x + 1) + 6 < 21 \Leftrightarrow 6x + 3 + 6 < 21 \Leftrightarrow 6x < 12 \Leftrightarrow x < 2.$$

β)

i. Η εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$ είναι δευτεροβάθμια με $\alpha=1, \beta=-2$ και $\gamma=-3$ και διακρίνουσα $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 1 = 16 > 0$, οπότε έχει δύο άνισες ρίζες

$$x_1 = \frac{-(-2)+4}{2} = 3 \text{ και } x_2 = \frac{-(-2)-4}{2} = -1.$$

Άρα οι λύσεις της εξίσωσης είναι $x=-1$ ή $x=3$.

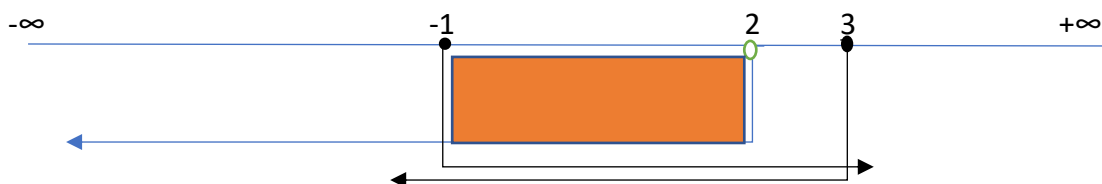
ii. Η ανίσωση (2) είναι δευτεροβάθμια με ρίζες τριώνυμου τις λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος i, με $\alpha=1>0$ και προκύπτει:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$x^2 - 2x - 3$	$+$	0	$-$	0	$+$

Σύμφωνα με τον πίνακα προσήμων η ανίσωση (2), $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ αληθεύει

για $-1 \leq x \leq 3$.

γ) Τοποθετούμε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα πραγματικών αριθμών βρίσκουμε που συναληθεύουν σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα:



Άρα οι κοινές λύσεις είναι το διάστημα $[-1, 2)$.