ΛΥΣΗ

α) Ο γενικός όρος μιας αριθμητικής προόδου (α_ν) με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω δίνεται από τη σχέση $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$. Οπότε οι σχέσεις $\alpha_3 = 10$ και $\alpha_5 = 18$ γράφονται:

$$\begin{cases} \alpha_3 = 10 \\ \text{και} \\ \alpha_5 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + (3-1)\omega = 10 \\ \text{και} \\ \alpha_1 + (5-1)\omega = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + 2\omega = 10 \quad (1) \\ \text{και} \\ \alpha_1 + 4\omega = 18 \quad (2) \end{cases}.$$

Αφαιρώντας κατά μέλη την (1) από τη (2) προκύπτει ότι:

$$\alpha_1 + 4\omega - (\alpha_1 + 2\omega) = 18 - 10 \Leftrightarrow$$

$$\alpha_1 + 4\omega - \alpha_1 - 2\omega = 8 \Leftrightarrow$$

$$2\omega = 8 \Leftrightarrow \omega = 4.$$

Από τη σχέση $\alpha_1 + 2\omega = 10$, για $\omega = 4$ έχουμε:

$$\alpha_1 + 2 \cdot 4 = 10 \Leftrightarrow \alpha_1 = 10 - 8 \Leftrightarrow \alpha_1 = 2.$$

β) Το άθροισμα των ν πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου δίνεται από τη σχέση $S_\nu = \frac{\nu}{2}[2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]$. Για $\nu = 4$, $\alpha_1 = 2$ και $\omega = 4$ η σχέση γίνεται:

$$S_4 = \frac{4}{2}[2 \cdot 2 + (4-1)4] = 2[4 + 3 \cdot 4] = 2 \cdot 16 = 32.$$