

ΛΥΣΗ

α) Η παράσταση $A = x^2 + 6x + 9$ για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό x έχει την μορφή της ταυτότητας του αναπτύγματος τετραγώνου $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$.

Επομένως, για οποιοδήποτε πραγματικό x η παράσταση γίνεται

$$A = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2.$$

β) i. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει:

$$A+B=(x+3)^2+(4y-2)^2 \geq 0 \text{ ως άθροισμα μη αρνητικών αριθμών.}$$

ii. Από το i ερώτημα ισχύει $A + B \geq 0$ με A, B μη αρνητικούς αριθμούς, για να ισχύει $A+B=0$ πρέπει $x+3=0$ και $4y-2=0$.

$$\text{Επομένως, } x=-3 \text{ και } 4y=2 \Leftrightarrow y=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$$

Η ισότητα $A+B=0$ ισχύει όταν $x=-3$ και $y=\frac{1}{2}$.