

ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση $x^2 - 2x + 7 = 0$ είναι 2ου βαθμού με διακρίνουσα $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 7 = 4 - 28 = -24 < 0$, οπότε η εξίσωση $x^2 - 2x + 7 = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

β) Το τριώνυμο $x^2 - 2x + 7$ έχει $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 7 = 4 - 28 = -24 < 0$ οπότε είναι, για κάθε πραγματική τιμή του x , ομόσημο του $a = 1 > 0$, δηλαδή θετικό. Συνεπώς $x^2 - 2x + 7 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

γ) Δείξαμε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $x^2 - 2x + 7 > 0$ ή ισοδύναμα $x^2 + 7 > 2x$, που σημαίνει ότι το τετράγωνο οποιουδήποτε πραγματικού αριθμού αυξημένο κατά 7 είναι μεγαλύτερο του διπλασίου του.