

ΘΕΜΑ 4

α) Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός μέσος των αριθμών $\frac{8}{x}$ και $32x$ είναι ο αριθμός 16, όπου x τυχαίος πραγματικός αριθμός διαφορετικός από το μηδέν.

(Μονάδες 9)

β) Οι αριθμοί $\frac{8}{x}$, 16, $32x$, με αυτή τη σειρά, είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) , με λόγο $\lambda = 4$.

(i) Να αποδείξετε ότι $x = 2$.

(Μονάδες 8)

(ii) Να αποδείξετε ότι ο n -οστός όρος αυτής της προόδου είναι $a_n = 2^{2n}$, όπου n θετικός ακέραιος.

(Μονάδες 8)