

ΛΥΣΗ

α) Επειδή,

$$A = \alpha\gamma \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma} \right) = \alpha\gamma \frac{\gamma + \alpha}{\alpha\gamma} = \alpha + \gamma \text{ και } \alpha + \gamma = 10$$

η τιμή της παράστασης A είναι ίση με 10.

β) Από την ισότητα $(\beta - \gamma)\alpha = \alpha^2 - \beta\gamma$ παίρνουμε: $\alpha\beta - \alpha\gamma - \alpha^2 + \beta\gamma = 0$, οπότε $\alpha(\beta - \alpha) + \gamma(\beta - \alpha) = 0$ απ' όπου έπεται ότι $(\beta - \alpha)(\alpha + \gamma) = 0$ και δεδομένου ότι $\alpha + \gamma = 10 \neq 0$, συμπεραίνουμε ότι $\beta - \alpha = 0$, δηλαδή $\alpha = \beta$.

γ) Με $\beta = \alpha$ έχουμε:

$$(2\alpha - \beta + \gamma)(2\beta - \alpha + \gamma) = (2\alpha - \alpha + \gamma)(2\alpha - \alpha + \gamma) = (\alpha + \gamma)(\alpha + \gamma) = 10 \cdot 10 = 100$$

που είναι το ζητούμενο.