

Λύση

α) Ισοδύναμα έχουμε:

$$(2\alpha + 1)(\beta + 1) = 1 \Leftrightarrow 2\alpha(\beta + 1) + 1 \cdot (\beta + 1) = 1 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha\beta + 2\alpha + \beta + 1 = 1 \Leftrightarrow 2\alpha\beta + 2\alpha + \beta = 0.$$

β) Δύο αριθμοί είναι αντίθετοι αν και μόνο αν έχουν άθροισμα μηδέν. Έχουμε ότι:

$$x + y = \alpha(2 + \beta) + \beta(\alpha + 1) = 2\alpha + \alpha\beta + \beta\alpha + \beta = 2\alpha + \beta + 2\alpha\beta = 0,$$

όπως αποδείχθηκε στο ερώτημα α).