

Λύση

α) Για να είναι η ακολουθία (a_n) αριθμητική πρόοδος, πρέπει η διαφορά δύο οποιονδήποτε διαδοχικών όρων να είναι σταθερή. Έχουμε ότι:

$$a_{n+1} - a_n = [4(n+1) - 2] - (4n - 2) = 4n + 4 - 2 - 4n + 2 = 4.$$

Άρα η διαφορά δύο οποιονδήποτε διαδοχικών είναι σταθερή και ίση με 4, οπότε η ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος.

Ο πρώτος όρος της προόδου είναι ο $a_1 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$.

β) Έστω a_n ο πρώτος όρος της προόδου που είναι μεγαλύτερος του 120. Τότε

$$\begin{aligned} a_n &> 120 \Leftrightarrow \\ 4n - 2 &> 120 \Leftrightarrow \\ 4n &> 122 \Leftrightarrow \\ n &> \frac{122}{4} = 30,5. \end{aligned}$$

Άρα, επειδή $n \in \mathbb{N}^*$ είναι $n = 31$. Ο ζητούμενος όρος είναι ο $a_{31} = 122$.

γ) Το ζητούμενο άθροισμα είναι:

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2 \cdot 2 + (30 - 1) \cdot 4] = 15 \cdot 120 = 1800.$$