ΛΥΣΗ

α) Από το γενικό τύπο της προόδου $\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\cdot\omega$ για $\nu = 10$ έχουμε $\alpha_{10} = \alpha_1 + (10-1)\cdot\omega$ οπότε με αντικατάσταση έχουμε $21 = 3 + 9\cdot\omega$ δηλαδή $18 = 9\cdot\omega$ και άρα $\omega = 2$.

β) Από το τύπο για το άθροισμα των ν πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου (α_ν) έχουμε $S_\nu = \dfrac{(\alpha_1 + \alpha_\nu)\cdot\nu}{2}$ οπότε για $\nu = 10$ έχουμε

$S_{10} = \dfrac{(\alpha_1 + \alpha_{10})\cdot 10}{2} = \dfrac{(3+21)\cdot 10}{2} = 120$.

γ) Έστω ν ο φυσικός αριθμός που ισούται με το πλήθος των ζητούμενων πρώτων όρων. Τότε θα πρέπει $S_\nu = \dfrac{(2\alpha_1 + (\nu-1)\cdot\omega)\cdot\nu}{2} = 168$ δηλαδή ισοδύναμα $\dfrac{(2\cdot 3 + (\nu-1)\cdot 2)\cdot\nu}{2} = 168$ οπότε $\dfrac{2\cdot(3+\nu-1)\cdot\nu}{2} = 168$ δηλαδή $(2+\nu)\cdot\nu = 168$ και τελικά $\nu^2 + 2\nu - 168 = 0$. Η εξίσωση αυτή είναι 2ου βαθμού με διακρίνουσα $\Delta = 676$ και ρίζες τους αριθμούς 12 και -14. Επειδή όμως ο αριθμός ν είναι φυσικός, δεν μπορεί να ισούται με -14 και άρα $\nu = 12$.