

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$f(1) = |2 \cdot 1 - 5| + 4 = |-3| + 4 = 3 + 4 = 7, \quad f(3) = |2 \cdot 3 - 5| + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$\text{και } f\left(\frac{5}{2}\right) = \left|2 \cdot \frac{5}{2} - 5\right| + 4 = |0| + 4 = 4.$$

β) Η εξίσωση  $f(x) = 0$  γράφεται  $|2x - 5| + 4 = 0$  και είναι ισοδύναμη με την  $|2x - 5| = -4$ . Η τελευταία εξίσωση όμως είναι αδύνατη, αφού δεν υπάρχει πραγματικός αριθμός του οποίου η απόλυτη τιμή να είναι αρνητική.

γ) i. Με  $x \geq \frac{5}{2}$  έχουμε:  $2x - 5 \geq 0$  οπότε  $|2x - 5| = 2x - 5$ . Άρα,  $f(x) = 2x - 5 + 4 = 2x - 1$ , που είναι το ζητούμενο.

ii. Με  $x \geq \frac{5}{2}$  είναι:

$$\frac{x^2}{5} + x = f(x) \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} + x = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 5 = 0$$

έχει διακρίνουσα  $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 5 = 25 - 20 = 5 > 0$ , οπότε βρίσκουμε τις ρίζες της εξίσωσης που είναι οι αριθμοί  $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$  και  $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ .

Η λύση  $x = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$  απορρίπτεται, αφού  $x \geq \frac{5}{2}$ .

Άρα η λύση της εξίσωσης είναι  $x = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$ .