

ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο έχει $\alpha=1, \beta=-5, \gamma=6$ και διακρίνουσα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 25 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$ οπότε έχει δυο πραγματικές ρίζες, τις

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

Η παραγοντοποίηση του τριωνύμου με βάση τον τύπο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x-x_1)(x-x_2)$ δίνει:

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$$

β) Η συνάρτηση ορίζεται μόνο όταν $x^2 - 5x + 6 \neq 0$. Άρα, σύμφωνα με το ερώτημα (α) το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης είναι $A = \mathbb{R} - \{2, 3\}$. Με $x \in A$ έχουμε:

$$f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x}{x-3}$$

γ) Με $x \neq 2$ και $x \neq 3$ έχουμε:

$$f(x) = 4 \Leftrightarrow \frac{x}{x-3} = 4 \Leftrightarrow x = 4x - 12 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$$

Επομένως, η εξίσωση $f(x) = 4$ έχει λύση τον αριθμό 4.