

ΛΥΣΗ

α) i. Οι αριθμοί α, β έχουν άθροισμα $S = \alpha + \beta = \frac{5}{2}$ και γινόμενο $P = \alpha\beta = 1$, οπότε η εξίσωση

με ρίζες τους αριθμούς α, β είναι η $x^2 - Sx + P = 0$ δηλαδή η $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$.

ii. Η εξίσωση $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ γράφεται $2x^2 - 5x + 2 = 0$ και έχει διακρίνουσα

$\Delta = 25 - 16 = 9 > 0$, οπότε βρίσκουμε ότι οι ρίζες της είναι οι αριθμοί 2 και $\frac{1}{2}$.

Άρα $\alpha = 2$ και $\beta = \frac{1}{2}$ ή $\alpha = \frac{1}{2}$ και $\beta = 2$

β) Έστω ότι υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύουν $\alpha + \beta = 1$ και $\alpha\beta = \frac{5}{2}$.

Τότε, όπως στο προηγούμενο ερώτημα βρίσκουμε ότι οι αριθμοί είναι ρίζες της εξίσωσης

$x^2 - x + \frac{5}{2} = 0$ που γράφεται $2x^2 - 2x + 5 = 0$. Αυτό όμως αποκλείεται, αφού η τελευταία

εξίσωση έχει διακρίνουσα $\Delta = 4 - 40 = -36 < 0$.

Επομένως, δεν υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν $\alpha + \beta = 1$ και

$\alpha\beta = \frac{5}{2}$.