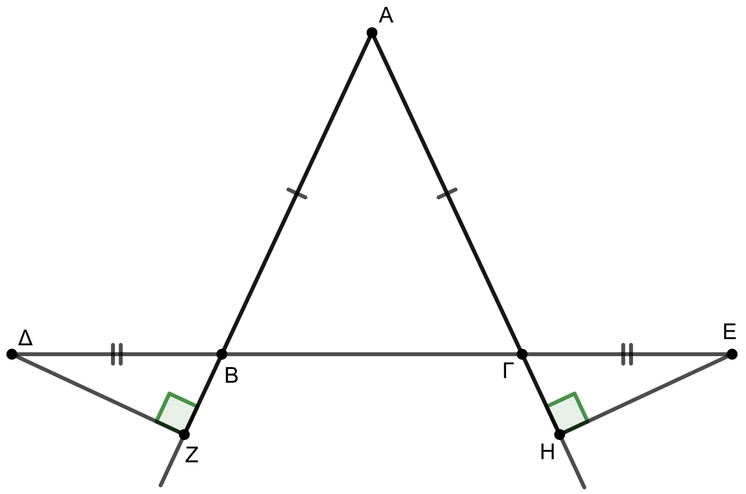
α)

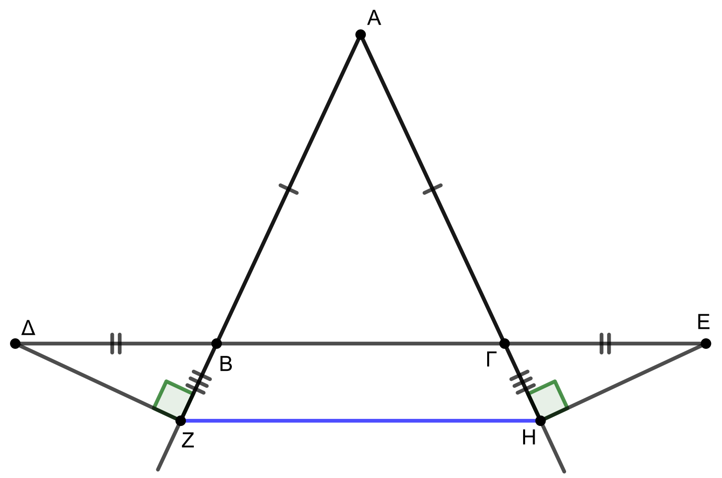


i. Τα τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΓΗ έχουν:

- $\hat{Z} = \hat{H} = 90^{o}$, αφού ΔΖ $\perp$ ΑΒ και ΕΗ $\perp$ ΑΓ
- ΒΔ = ΓΕ, από υπόθεση
- $\Delta\widehat{B}Z = E\widehat{\Gamma}H$, ως κατακορυφήν των ίσων γωνιών $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$ ($\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ γωνίες της βάσης ΒΓ στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ).

Τα τρίγωνα είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία οξεία γωνία ίση. Οπότε θα έχουν ίσες και τις αντίστοιχες οξείες γωνίες $\widehat{\Delta}$ και $\widehat{E}$. Επομένως οι πλευρές που είναι απέναντι από τις γωνίες αυτές, θα είναι ίσες, δηλαδή ΒΖ = ΓΗ.

ii.



Επειδή ΑΒ = ΑΓ (υπόθεση) και ΒΖ = ΓΗ (από το i) ερώτημα), τότε ΑΒ + ΒΖ = ΑΓ + ΓΗ, δηλαδή ΑΖ = ΑΗ ως αθροίσματα ίσων τμημάτων. Άρα το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές.

β) Επειδή το τρίγωνο ΑΖΗ είναι ισοσκελές με βάση τη ΖΗ, είναι $\hat{Z} = \hat{H}$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΖΗ έχουμε:

$\hat{A} + \hat{Z} + \hat{H} = 180^o$, ή $50^o + 2\hat{Z} = 180^o$, ή $2\hat{Z} = 130^o$, οπότε $\hat{Z} = 65^o = \hat{H}$.