

α) Στα τρίγωνα ΑΓΒ και ΕΓΒ:

- $GA = GE = 10$
- $\widehat{A\Gamma B} = \widehat{E\Gamma B} = 45^\circ$
- $GB = GB$ κοινή πλευρά.

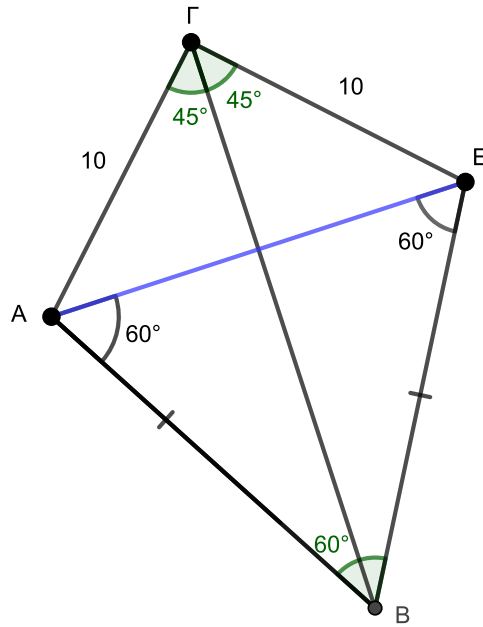
Τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές αυτές ίσες, οπότε από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

β) Από την ισότητα των τριγώνων του ερωτήματος α) προκύπτει ότι, οι γωνίες $\widehat{A\Gamma B}$ και $\widehat{E\Gamma B}$ είναι ίσες, ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή πλευρά ΒΓ των ίσων τριγώνων ΑΓΒ και ΕΓΒ. Άρα $\widehat{E\Gamma B} = \widehat{A\Gamma B} = 105^\circ$.

Από το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε: $\widehat{A\Gamma B} + \widehat{A} + \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ$, οπότε $105^\circ + 45^\circ + \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ$, συνεπώς $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

Από την ισότητα των τριγώνων ΑΓΒ και ΕΓΒ του ερωτήματος α) προκύπτει ότι, $\widehat{E\hat{B}\Gamma} = \widehat{A\hat{B}\Gamma} = 30^\circ$, ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΓΑ και ΓΕ.

Οπότε $\widehat{A\hat{B}E} = \widehat{A\hat{B}\Gamma} + \widehat{E\hat{B}\Gamma} = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$.



γ) Από την ισότητα των τριγώνων του ερωτήματος α) προκύπτει ότι, οι πλευρές AB και BE είναι ίσες, γιατί είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{A\Gamma B}$ και $\widehat{E\Gamma B}$ αντίστοιχα. Οπότε, το ABE τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την AE. Η γωνία της κορυφής του είναι η $\widehat{A\hat{B}E}$ που υπολογίσαμε στο ερώτημα β) και είναι ίση με 60° . Για καθεμία από τις γωνίες της βάσης του ισοσκελούς τριγώνου ABE έχουμε:

$$\widehat{B\hat{A}E} = \widehat{A\hat{E}B} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Τελικά, όλες οι γωνίες του τριγώνου ABE είναι ίσες με 60° , οπότε το τρίγωνο ABE είναι ισόπλευρο.