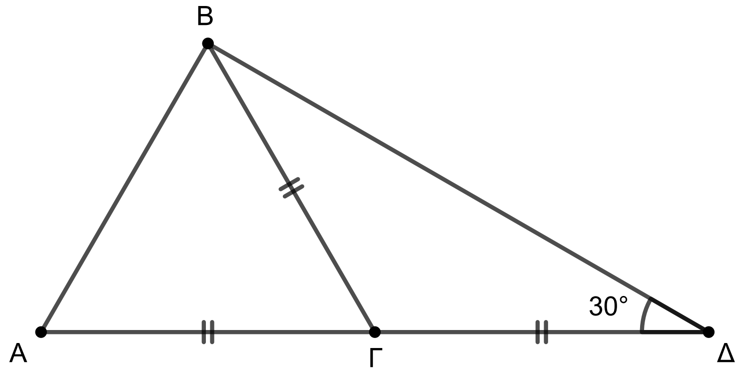
ΛΥΣΗ

α)



Το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ισοσκελές με $ΓΒ = ΓΔ$, οπότε οι γωνίες $Δ\hat{Β}Γ$ και $\hat{Δ}$ είναι ίσες ως προσκείμενες στη βάση ΒΔ. Άρα, $Δ\hat{Β}Γ = \hat{Δ} = 30^o$.

Στο τρίγωνο ΒΓΔ ισχύει:

$Δ\hat{Γ}Β + \hat{Δ} + Δ\hat{Β}Γ = 180^o$ ή $Δ\hat{Γ}Β + 30^o + 30^o = 180^o$.

Άρα, $Δ\hat{Γ}Β = 180^o - 30^o - 30^o = 120^o$.

β) Οι γωνίες $Δ\hat{Γ}Β$ και $Β\hat{Γ}Α$ είναι εφεξής και παραπληρωματικές, αφού η γωνία $Δ\hat{Γ}Α$ είναι ευθεία, οπότε:

$Δ\hat{Γ}Β + Β\hat{Γ}Α = 180^o$ ή $120^o + Β\hat{Γ}Α = 180^o$.

Άρα, $Β\hat{Γ}Α = 60^o$.

γ) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $ΑΓ = ΓΒ$, οπότε οι γωνίες $Α\hat{Β}Γ$ και $\hat{Α}$ είναι ίσες ως προσκείμενες στη βάση ΑΒ.

Στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:

$Α\hat{Β}Γ + \hat{Α} + Β\hat{Γ}Α = 180^o$ ή $\hat{Α} + \hat{Α} + 60^o = 180^o$ ή $2\hat{Α} = 120^o$.

Άρα, $\hat{Α} = 60^o$ και $Α\hat{Β}Γ = 60^o$.

Αφού $Α\hat{Β}Γ = \hat{Α} = Β\hat{Γ}Α = 60^o$, συμπεραίνουμε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο.