ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο $\omega^2-3\omega+2$ έχει ρίζες τις $\omega=1$ και $\omega=2$ και γίνεται θετικό για τις τιμές του ω που είναι εκτός των ριζών του, δηλαδή για $\omega<1$ ή $\omega>2$.

Το πρόσημο του πολυωνύμου $(\omega+1)(\omega^2-3\omega+2)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

ω	$-\infty$	-1		1		2	$+\infty$
$\omega+1$	-	0	+		+		+
$\omega^2-3\omega+2$	+		+	0	-	0	+
$(\omega+1)(\omega^2-3\omega+2)$	-	0	+	0	-	0	+

Η ανίσωση $(\omega+1)(\omega^2-3\omega+2)>0$ αληθεύει για $\omega\in(-1,1)\cup(2,+\infty)$.

β) Αρχικά θα πρέπει $x>0$.

Θέτοντας $\ln x=\omega$ η ανίσωση $\ln^2 x-3\ln x+2>0$ γίνεται $\omega^2-3\omega+2>0$ που όπως δείξαμε στο ερώτημα α) αληθεύει για $\omega<1$ ή $\omega>2$.

Για $\omega<1$ έχουμε ότι $\ln x<1 \Leftrightarrow \ln x<\ln e \overset{e>1}{\Leftrightarrow} 0<x<e$.

Για $\omega>2$ έχουμε ότι $\ln x>2 \Leftrightarrow \ln x>\ln e^2 \overset{e>1}{\Leftrightarrow} x>e^2$.

Τελικά η ανίσωση αληθεύει για $x\in(0,e)\cup(e^2,+\infty)$.