ΛΥΣΗ

α) Το πολυώνυμο $\mathrm{P}(x)=x^4-3x^3+x^2+\lambda x-2$ έχει παράγοντα το $x+1$ αν και μόνο αν

$$
\begin{aligned}
&P(-1)=0 \Leftrightarrow\\
&(-1)^4-3(-1)^3+(-1)^2+\lambda(-1)-2=0 \Leftrightarrow\\
&1+3+1-\lambda-2=0 \Leftrightarrow\\
&\lambda=3
\end{aligned}
$$

β) Για $\lambda=3$ είναι $\mathrm{P}(x)=x^4-3x^3+x^2+3x-2$.

i. Το σχήμα Horner για τη διαίρεση $P(x):(x-2)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -3 | 1 | 3 | -2 | 2 |
| | 2 | -2 | -2 | 2 | |
| 1 | -1 | -1 | 1 | 0 | |

και από την ταυτότητα της διαίρεσης έχουμε:

$$
\begin{aligned}
P(x)&=(x-2)(x^3-x^2-x+1)=\\
&=(x-2)[x^2(x-1)-(x-1)]=\\
&=(x-2)(x-1)(x^2-1)=\\
&=(x-2)(x-1)(x-1)(x+1)=\\
&=(x-2)(x+1)(x-1)^2
\end{aligned}
$$

ii. Με $\mathrm{P}(x)=(x-2)(x+1)(x-1)^2$ η εξίσωση $\mathrm{P}(x)=0$ γίνεται $(x-2)(x+1)(x-1)^2=0$ που έχει λύσεις τους αριθμούς 2, -1 και 1 (διπλή).