ΛΥΣΗ

α) Το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $\mathrm{P}(x)=3x^3-x^2-\lambda x+2$ με το $x-1$ είναι 3, αν και μόνο αν $P(1)=3 \Leftrightarrow 3\cdot 1^3-1^2-\lambda\cdot 1+2=3 \Leftrightarrow \lambda=1.$

β) Για $\lambda=1$ είναι $P(x)=3x^3-x^2-x+2$.

i. Το σχήμα Horner για τη διαίρεση $P(x):\left(x-1\right)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :

3	-1	-1	2	1
	3	2	1	
3	2	1	3	

και η ταυτότητα της διαίρεσης είναι $P(x)=(x-1)(3x^2+2x+1)+3$.

ii. Με $P(x)=(x-1)(3x^2+2x+1)+3$ η ανίσωση $P(x)<3$ γίνεται

$(x-1)(3x^2+2x+1)+3<3 \Leftrightarrow (x-1)(3x^2+2x+1)<0$.

Το τριώνυμο $3x^2+2x+1$ έχει αρνητική διακρίνουσα οπότε γίνεται θετικό (δηλαδή ομόσημο του συντελεστή του x^2) για κάθε πραγματική τιμή του x. Συνεπώς $(x-1)(3x^2+2x+1)<0 \Leftrightarrow x-1<0 \Leftrightarrow x<1$.

Συνεπώς η ανίσωση $P(x)<3$ αληθεύει για $x\in\left(-\infty,1\right)$.