ΛΥΣΗ

α) Το $x-2$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)=x^3-4x^2+x+6$ αν και μόνο αν $P(2)=0$. Έχουμε $P(2)=2^3-4\cdot 2^2+2+6=8-16+2+6=0$.

β) Με το σχήμα Horner για $x=2$, παίρνουμε

$$
\begin{array}{cccc|c}
1 & -4 & 1 & 6 & 2 \\
 & 2 & -4 & -6 & \\
\hline
1 & -2 & -3 & 0 &
\end{array}
$$

Επομένως $P(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2-2x-3)=0$, από όπου παίρνουμε $x=2$ ή $x^2-2x-3=0$ δηλαδή $x=-1$ ή $x=3$ (είναι $\Delta=16$).

γ) Δημιουργούμε τον παρακάτω πίνακα προσήμου του πολυωνύμου

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-2x-3		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Οπότε $(x-2)(x^2-2x-3)>0 \Leftrightarrow x\in(-1,2)\cup(3,+\infty)$.