

Λύση

α) Εφόσον το σημείο Α ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=a^x$ οι

συντεταγμένες τους θα ικανοποιούν τον τύπο της οπότε θα ισχύει ότι $a^1=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$.

β) Η συνάρτηση f έχει τύπο $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ και είναι εκθετική με βάση $a<1$ οπότε θα είναι

μία γνησίως φθίνουσα συνάρτηση. Επειδή ισχύει $\sqrt{2}<\sqrt{3}$, θα έχουμε ότι

$$f(\sqrt{2})>f(\sqrt{3})\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}.$$

γ) Για $a=\frac{1}{2}$ ισχύει:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}=8^x\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}=(2^3)^x\Leftrightarrow(2^{-1})^{x^2}=(2^3)^x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2^{-x^2}=2^{3x}\Leftrightarrow -x^2=3x\Leftrightarrow x^2+3x=0\Leftrightarrow x(x+3)=0\Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x=-3.$$