

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση  $f$  ορίζεται για όλες τις πραγματικές τιμές του  $x$  για τις οποίες ισχύει

$$e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow$$

$$e^x > 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x > e^0 \Leftrightarrow$$

$$x > 0$$

Συνεπώς το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι το  $(0, +\infty)$ .

β) Οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $xx'$ , είναι οι λύσεις της εξίσωσης  $f(x)=0$ , στο διάστημα  $(0, +\infty)$ . Είναι:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln(e^x - 1) = \ln 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x - 1 = 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x = 2 \Leftrightarrow$$

$$x = \ln 2$$

Η λύση  $\ln 2$  είναι δεκτή αφού  $\ln 2 > \ln 1 \Leftrightarrow \ln 2 > 0$ .

Συνεπώς το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $xx'$  είναι το  $(\ln 2, 0)$ .

γ) Η γραφική παράσταση της  $f$  είναι κάτω από τον άξονα  $xx'$ , για όλες τις θετικές τιμές του  $x$  που είναι λύσεις της ανίσωσης  $f(x) < 0$ . Είναι:

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln(e^x - 1) < \ln 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x - 1 < 1 \Leftrightarrow$$

$$e^x < 2 \Leftrightarrow$$

$$x < \ln 2$$

Όμως πρέπει  $x > 0$ , οπότε τελικά η γραφική παράσταση της  $f$  είναι κάτω από τον  $xx'$  για κάθε  $x \in (0, \ln 2)$ .