ΛΥΣΗ

α) Το τριώνυμο x^2-x-6 έχει διακρίνουσα $\Delta=1+24=25>0$ και ρίζες τους αριθμούς -2 και 3, οπότε η παραγοντοποίηση του δίνει $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$.

β) i. Αφού το πολυώνυμο P(x) έχει παράγοντα κάθε παράγοντα του τριωνύμου, οι $x+2$, $x-3$ είναι παράγοντές του οπότε έχει ρίζες τους αριθμούς -2 και 3. Άρα, $P(3)=P(-2)=0$.

ii. Ισχύουν:

$$P(3)=0 \Leftrightarrow 27-9\alpha-3\beta-6+6=0 \Leftrightarrow 9\alpha+3\beta=27 \Leftrightarrow 3\alpha+\beta=9,\ (1)$$

και

$$P(-2)=0 \Leftrightarrow -8-4\alpha+2\beta+4+6=0 \Leftrightarrow -4\alpha+2\beta=-2 \Leftrightarrow 2\alpha-\beta=1,\ (2)$$

Αν προσθέσουμε τις (1) και (2) βρίσκουμε $5\alpha=10$, οπότε $\alpha=2$ και $\beta=2\alpha-1=4-1=3$

γ) Είναι:

$$P(x)=0 \Leftrightarrow x^3-2x^2-5x+6=0$$

Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος Horner βρίσκουμε ότι:

1	-2	-5	6	3
	3	3	-6	
1	1	-2	0	

$$x^3-2x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow x=3 \text{ ή } x^2+x-2=0$$

$$\Leftrightarrow x=3 \text{ ή } x=1 \text{ ή } x=-2$$

Επομένως η εξίσωση $P(x)=0$ έχει ρίζες τους αριθμούς $-2, 1$ και 3.