ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu 3x$ είναι της μορφής $f(x)=\rho\eta\mu\omega x$ με $\rho=2$ και $\omega=3$. Οπότε έχει περίοδο $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3}$, μέγιστη τιμή $\max f(x)=2$ και ελάχιστη τιμή $\min f(x)=-2$.

β)

i. Από την γραφική παράσταση της ημιτονοειδούς συνάρτησης g, παρατηρούμε ότι παρουσιάζει μέγιστο για $x=\frac{\pi}{2}$ και το επόμενο μέγιστο για $x=\frac{5\pi}{2}$. Άρα η περίοδος της συνάρτησης είναι $T=\frac{5\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=2\pi$, οπότε $\beta=1$. Επίσης

$$\begin{aligned}&g\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\Leftrightarrow\\&\alpha\cdot\eta\mu\frac{\pi}{2}=2\Leftrightarrow\cdot\\&\alpha\cdot 1=2\Leftrightarrow\\&\alpha=2\end{aligned}$$

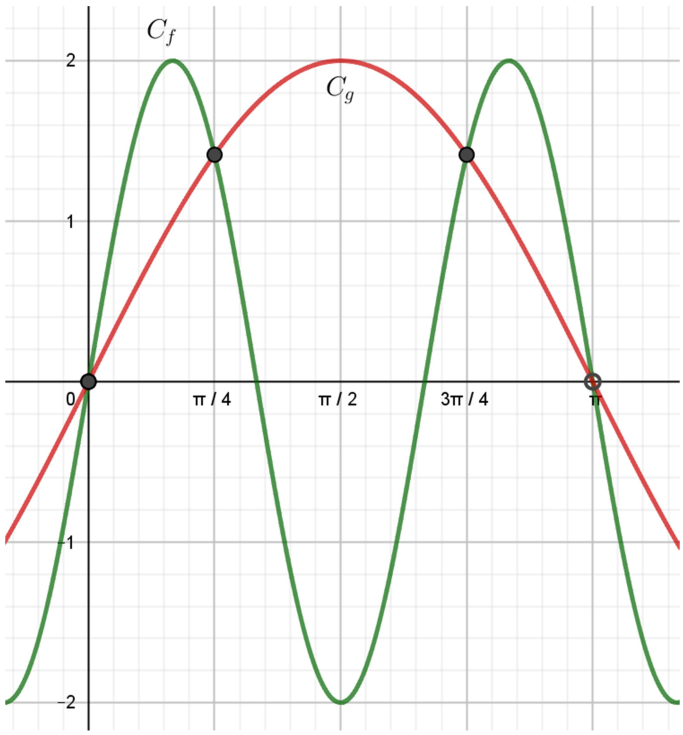
Τελικά $g(x)=2\eta\mu x$.

ii. Η εξίσωση γίνεται:

$$\begin{aligned}&f(x)=g(x)\Leftrightarrow\\&2\eta\mu 3x=2\eta\mu x\Leftrightarrow\\&\eta\mu 3x=\eta\mu x\Leftrightarrow\\&\begin{cases}3x=2\kappa\pi+x\\ \text{ή}\\ 3x=2\kappa\pi+(\pi-x)\end{cases},\ \kappa\in\mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Δηλαδή: $\begin{cases}x=\kappa\pi\\ \text{ή}\\ x=\frac{\kappa\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\end{cases},\ \kappa\in\mathbb{Z}$. Επειδή $x\in[0,\pi)$, για $\kappa=0$ στον πρώτο τύπο λύσεων προκύπτει $x=0$ και στον δεύτερο τύπο λύσεων προκύπτει $x=\frac{\pi}{4}$. Για $\kappa=1$ στον δεύτερο τύπο λύσεων προκύπτει $x=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$. Από τις άλλες τιμές του $\kappa\in\mathbb{Z}$ προκύπτουν λύσεις οι οποίες δεν ανήκουν στο διάστημα $[0,\pi)$.

Η γραφική λύση της εξίσωσης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Τελικά ή εξίσωση έχει τρείς λύσεις στο $[0,\pi)$, τις $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$ και $x=\frac{3\pi}{4}$.