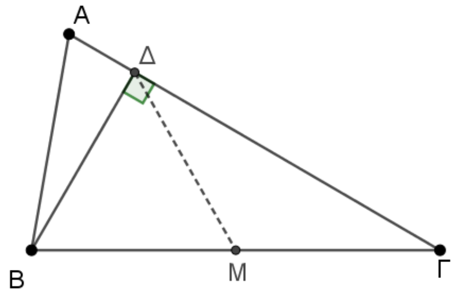
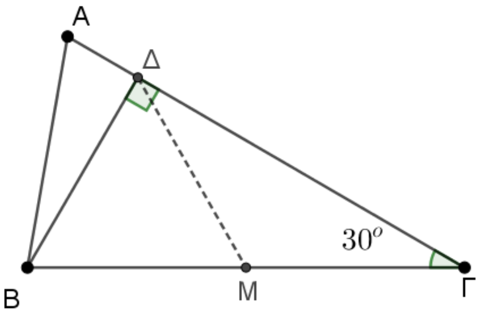
ΛΥΣΗ



α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΔΓ, η ΔΜ είναι διάμεσος προς την υποτείνουσα, οπότε ισούται με το μισό της, δηλαδή $\Delta\mathrm{M} = \frac{\mathrm{B}\Gamma}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

β) Έστω $\hat{\Gamma} = 30^o$ και ΑΒ = 8.



i. Στο α) ερώτημα αποδείξαμε ότι $\Delta\mathrm{M} = \frac{\mathrm{B}\Gamma}{2} = \mathrm{M}\Gamma$. Επομένως το τρίγωνο ΜΔΓ είναι ισοσκελές με ΔΜ = ΜΓ. Άρα, και οι απέναντι γωνίες από τις πλευρές αυτές θα είναι αντίστοιχα ίσες, δηλαδή: $\hat{\Gamma} = \mathrm{M}\hat{\Delta}\Gamma = 30^o$.

ii. Το ορθογώνιο τρίγωνο ΒΔΓ έχει τη γωνία $\hat{\Gamma} = 30^o$, επομένως η απέναντι κάθετη πλευρά από την γωνία αυτή θα ισούται με το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή:

$$\mathrm{B}\Delta = \frac{\mathrm{B}\Gamma}{2} \text{ ή } \frac{\mathrm{B}\Delta}{\mathrm{B}\Gamma} = \frac{1}{2}$$

iii. Από το ερώτημα β) ii) η $\mathrm{B}\Delta = \frac{\mathrm{B}\Gamma}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ: $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{B}\Delta^2 + \mathrm{A}\Delta^2$ ή $\mathrm{A}\Delta^2 = \mathrm{AB}^2 - \mathrm{B}\Delta^2$

ή $\mathrm{A}\Delta^2 = 8^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2 = 64 - 16 \cdot 3 = 64 - 48 = 16$, επομένως ΑΔ = 4.