

ΛΥΣΗ

α) i. Το E είναι το μέσο των διαγωνίων AG και BD του τετραπλεύρου ABΓΔ, εφόσον από την υπόθεση έχουμε ότι $AE = EG = 6,5$ και $BE = ED = 6,5$.

Άρα το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, γιατί οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Επιπλέον $AG = AE + EG = 6,5 + 6,5 = 13$ και $BD = BE + ED = 6,5 + 6,5 = 13$.

Άρα οι διαγώνιοι του ABΓΔ είναι ίσες. Επομένως το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο με ίσες διαγωνίους, άρα είναι ορθογώνιο.

ii. Εφόσον το ABΓΔ είναι ορθογώνιο οι γωνίες του είναι ορθές. Άρα το τρίγωνο ABD είναι ορθογώνιο με \hat{A} ορθή και υποτείνουσα BD.

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ABD:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$AB^2 = BD^2 - AD^2$$

$$AB^2 = 13^2 - 5^2$$

$$AB^2 = 169 - 25$$

$$AB^2 = 144$$

$$AB = 12$$

β) Το μήκος του PN είναι ίσο με 2,5. Ο Κώστας που το γνωρίζει εφαρμόζει αναλόγως το συμπέρασμα του α) i.

Έτσι αποδεικνύει ότι το KLMN είναι ορθογώνιο, εφόσον $PN = PK = PL = PM$.