

ΛΥΣΗ

α) Το μήκος της πλευράς AG είναι $AG = AB + BG = 3 + 7 = 10$.

Οι BD και GE είναι παράλληλες ως βάσεις του τραπεζίου $BGED$.

Από εφαρμογή του θεωρήματος του Θαλή, το τρίγωνο ABD που ορίζεται από τις ευθείες των πλευρών AG και AE του τριγώνου AGE και την παράλληλη BD στην πλευρά GE έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του AGE οπότε θα είναι:

$$\frac{AB}{AG} = \frac{BD}{GE} = \frac{AD}{AE}$$

Αντικαθιστώντας τα γνωστά μήκη στην ισότητα των δύο πρώτων λόγων $\frac{AB}{AG} = \frac{BD}{GE}$ έχουμε:

$$\frac{3}{10} = \frac{4}{GE}$$

Άρα $3 \cdot GE = 40$ ή $GE = \frac{40}{3}$.

β) Γράφοντας την ισότητα μεταξύ του πρώτου και του τρίτου λόγου, από την εφαρμογή του θεωρήματος του Θαλή, στο α) ερώτημα έχουμε:

$$\frac{AB}{AG} = \frac{AD}{AE}$$

Διακρίνουμε τις δύο παρακάτω περιπτώσεις για το ισοσκελές τρίγωνο ABD .

1^η περίπτωση: το ABD είναι ισοσκελές με $AD = AB = 3$.

Τότε αντικαθιστώντας στην ισότητα $\frac{AB}{AG} = \frac{AD}{AE}$ έχουμε:

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{AE}$$

Άρα $AE = 10$.

2^η περίπτωση: το ABD είναι ισοσκελές με $AD = BD = 4$.

Τότε αντικαθιστώντας στην ισότητα $\frac{AB}{AG} = \frac{AD}{AE}$ έχουμε:

$$\frac{3}{10} = \frac{4}{AE}$$

Άρα $3 \cdot AE = 40$ ή $AE = \frac{40}{3}$.