ΛΥΣΗ

α) Το μήκος της πλευράς $ΑΓ$ είναι $ΑΓ = ΑΒ + ΒΓ = 4 + 8 = 12$.

Οι ΒΔ και ΓΕ είναι παράλληλες ως βάσεις του τραπεζίου ΒΓΕΔ.

Από εφαρμογή του θεωρήματος του Θαλή, το τρίγωνο ΑΒΔ που ορίζεται από τις ευθείες των πλευρών ΑΓ και ΑΕ του τριγώνου ΑΓΕ και την παράλληλη ΒΔ στην πλευρά ΓΕ έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του ΑΓΕ οπότε θα είναι:

$$\frac{ΑΒ}{ΑΓ} = \frac{ΒΔ}{ΓΕ} = \frac{ΑΔ}{ΑΕ}$$

Αντικαθιστώντας τα γνωστά μήκη στην ισότητα των δύο πρώτων λόγων $\frac{ΑΒ}{ΑΓ} = \frac{ΒΔ}{ΓΕ}$ έχουμε:

$$\frac{4}{12} = \frac{3}{ΓΕ}$$

Άρα $4 \cdot ΓΕ = 36$ ή $ΓΕ = 9$.

β) Εφόσον το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με $ΑΒ = ΑΔ$ θα είναι $ΑΔ = ΑΒ = 4$.

Από πόρισμα του θεωρήματος του Θαλή, κάθε ευθεία που είναι παράλληλη με μία από τις πλευρές ενός τριγώνου χωρίζει τις δύο άλλες πλευρές σε μέρη ανάλογα (και αντίστροφα).

Η ΒΔ είναι παράλληλη με την πλευρά ΓΕ του τριγώνου ΑΓΕ. Άρα χωρίζει τις πλευρές ΑΓ και ΑΕ του τριγώνου ΑΓΕ σε μέρη ανάλογα. Επομένως:

$$\frac{ΑΒ}{ΑΔ} = \frac{ΒΓ}{ΔΕ}$$

Άρα $\frac{ΒΓ}{ΔΕ} = \frac{ΑΒ}{ΑΔ} = \frac{4}{4} = 1$ ή $ΒΓ = ΔΕ = 8$.

Οπότε η περίμετρος του τραπεζίου είναι $ΒΔ + ΒΓ + ΓΕ + ΔΕ = 3 + 8 + 9 + 8 = 28$.