

ΛΥΣΗ

α) Αφού το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και έχει δυο διαδοχικές πλευρές ίσες, τις ΑΔ και ΔΓ από τα δεδομένα, τότε θα είναι ρόμβος. Αφού το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος θα έχει όλες του τις πλευρές ίσες, δηλαδή $AB = ΒΓ = ΓΔ = ΔΑ = 5$. Οπότε η περίμετρός του Π θα είναι $\Pi = 4 \cdot AB = 4 \cdot 5 = 20$.

β) Από το α) ερώτημα έχουμε ότι, το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος, οπότε οι διαγώνιοί του θα τέμνονται κάθετα, άρα η γωνία $\widehat{Α\hat{O}Δ} = 90^\circ$.

γ) Γνωρίζουμε ότι, οι διαγώνιοι παραλληλογράμμου διχοτομούνται και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το κοινό τους μέσο. Οπότε στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ για τις διαγωνίους του ΒΔ και ΑΓ, που τέμνονται στο Ο, θα ισχύει ότι το Ο είναι το κοινό τους μέσο. Δηλαδή, θα ισχύει ότι:

$$OB = OD \text{ και } OA = OG.$$

Αφού είναι $OD = OB$ και $OD = 3$ τότε $DB = 2 \cdot OD = 2 \cdot 3 = 6$.

Είναι $AG = OA + OG$ με $AG = 8$ και $OA = OG$.

Άρα $8 = 2 \cdot OG$ ή $OG = 4$.