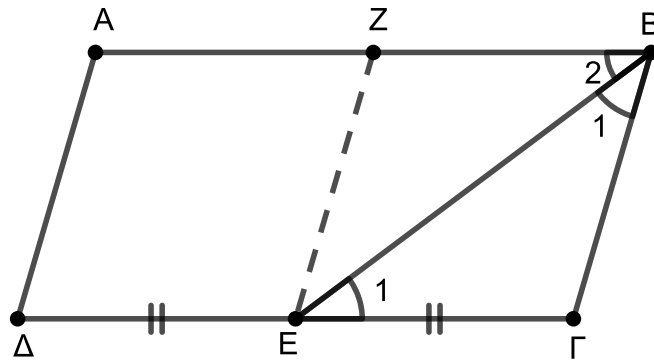


ΛΥΣΗ



α) Οι πλευρές AB και ΓΔ είναι ίσες ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου. Επειδή το E είναι το μέσο της ΓΔ, έχουμε $ΓΕ=ΕΔ=\frac{ΓΔ}{2}=\frac{ΑΒ}{2}=ΒΓ$. Άρα το τρίγωνο ΒΓΕ είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά ΒΕ. Οπότε οι γωνίες της βάσης του θα είναι ίσες, δηλαδή $\hat{B}_1 = \hat{E}_1$. Όμως $\hat{E}_1 = \hat{B}_2$ ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ και ΓΔ όταν τέμνονται από τη ΒΕ. Συνεπώς $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$, δηλαδή η ΒΕ διχοτομεί τη γωνία \hat{B} του παραλληλογράμμου.

β) Το σημείο Z είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ, άρα $ZB=\frac{ΑΒ}{2}=ΒΓ=ΓΕ$. Επιπλέον $ZB//ΕΓ$ ως τμήματα στις απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Άρα το τετράπλευρο ΖΒΓΕ έχει τις απέναντι πλευρές του ΖΒ και ΓΕ ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Όμως η διαγώνιος ΒΕ διχοτομεί τη γωνία του \hat{B} , οπότε είναι τελικά ρόμβος.