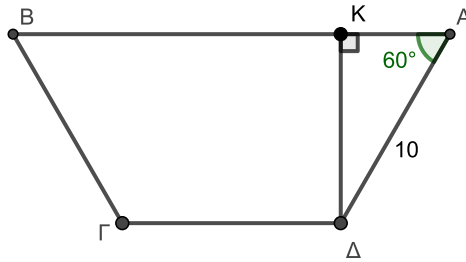


ΛΥΣΗ

α)

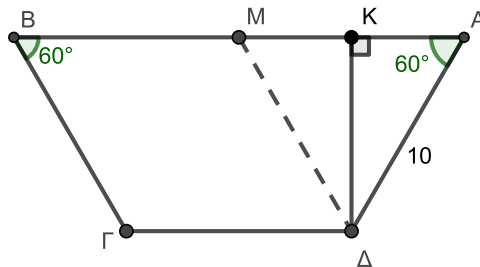


Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΚΑ η μία οξεία γωνία του είναι 60° , άρα $\widehat{ΑΔΚ} = 30^\circ$, οπότε η κάθετη πλευρά που είναι απέναντι από τη γωνία των 30° θα είναι μισή από την υποτεινούσα. Δηλαδή $ΚΑ = \frac{ΑΔ}{2} = \frac{10}{2} = 5$. Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο

ΔΚΑ έχουμε :

$$ΔΚ^2 = ΑΔ^2 - ΑΚ^2 \text{ ή } ΔΚ^2 = 10^2 - 5^2 \text{ ή } ΔΚ^2 = 100 - 25 = 75 \text{ ή } ΔΚ = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}.$$

β)



- i. Έστω Μ το μέσο της βάσης ΑΒ, τότε $ΑΜ = \frac{ΑΒ}{2} = \frac{2 ΑΔ}{2} = ΑΔ = 10$. Το τρίγωνο ΔΜΑ είναι ισοσκελές με γωνία της κορυφής $\widehat{Α} = 60^\circ$, άρα το τρίγωνο ΔΜΑ είναι ισόπλευρο με $ΔΜ = 10$ και $\widehat{ΔΜΑ} = 60^\circ$.
- ii. Στο τετράπλευρο ΔΜΒΓ οι πλευρές ΔΜ και ΒΓ είναι ίσες αφού $ΒΓ = ΑΔ = 10$ (ισοσκελές τραπέζιο) και $ΔΜ = 10$. Επιπλέον $\widehat{Β} = \widehat{Α} = 60^\circ$ (ως προσκείμενες στη βάση ΑΒ του ισοσκελούς τραpezίου) και $\widehat{ΔΜΑ} = 60^\circ$ (από ερώτημα αι), οπότε $ΔΜ // ΒΓ$ αφού σχηματίζουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες όταν τέμνονται από την ΒΜ. Δηλαδή $ΔΜ // ΒΓ$ και $ΔΜ = ΒΓ$ οπότε το τετράπλευρο ΔΜΒΓ είναι παραλληλόγραμμο. Επιπλέον $ΔΜ = ΜΒ = 10$, οπότε το παραλληλόγραμμο ΔΜΒΓ έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες, επομένως είναι ρόμβος.