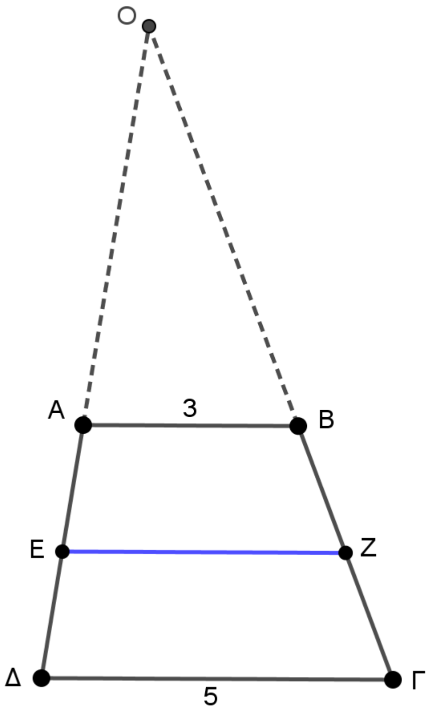
ΛΥΣΗ

α)



Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ τα Ε, Ζ είναι τα μέσα των δύο μη παραλλήλων πλευρών, οπότε η ΕΖ θα είναι η διάμεσός του. Άρα θα ισούται με το ημιάθροισμα των δύο βάσεων.

Δηλαδή ΕΖ = $\frac{ΑΒ+ΔΓ}{2}$ = $\frac{3+5}{2}$ = $\frac{8}{2}$ = 4.

β) Γνωρίζουμε ότι η διάμεσος ενός τραπεζίου είναι παράλληλη στις βάσεις του, άρα η ΑΒ // ΕΖ οπότε τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΕΖ έχουν:

$Ο\widehat{Α}Β = Ο\widehat{Ε}Ζ$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΕΖ που τέμνονται από την ΟΕ.

$Ο\widehat{Β}Α = Ο\widehat{Ζ}Ε$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΒΑ, ΖΕ που τέμνονται από την ΟΖ.

Δηλαδή τα δύο τρίγωνα έχουν από δύο γωνίες ίσες μία προς μία, επομένως είναι όμοια.

γ) Λόγω του ερωτήματος (β), τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΕΖ είναι όμοια, άρα θα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες οπότε θα ισχύει: $\frac{ΟΑ}{ΟΕ} = \frac{ΑΒ}{ΕΖ}$ (1).

Από τα δεδομένα η ΑΒ = 3 και λόγω του ερωτήματος (α) η ΕΖ = 4.

Το Ε είναι μέσο της ΑΔ και η ΑΔ = 4, οπότε το ΑΕ = 2. Έτσι το ΟΕ = ΟΑ + ΑΕ = ΟΑ + 2.

Επομένως η (1) γράφεται: $\frac{ΟΑ}{ΟΑ+2} = \frac{3}{4}$ ή 4·ΟΑ = 3·ΟΑ + 6 ή ΟΑ = 6.