

ΛΥΣΗ

α) Από τα δεδομένα, οι πλευρές BE και AD είναι παράλληλες και οι πλευρές DE και AB είναι παράλληλες. Άρα το τετράπλευρο $ABED$ έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Επιπλέον το παραλληλόγραμμο $ABED$ έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες αφού $AD = AB$. Επομένως το $ABED$ είναι ρόμβος.

β) Οι περιμέτροι του τριγώνου $AB\Gamma$ και του ρόμβου $ABED$ είναι αντίστοιχα $AB + A\Gamma + B\Gamma = 4 + 5 + 7 = 16$ και $4 \cdot AB = 4 \cdot 4 = 16$, οπότε είναι ίσες.

γ) Οι περιμέτροι του τριγώνου $AB\Gamma$ και του ρόμβου $ABED$ είναι αντίστοιχα $AB + A\Gamma + B\Gamma = \gamma + \beta + \alpha$ και $4 \cdot AB = 4\gamma$ και επειδή είναι ίσες έχουμε $4\gamma = \alpha + \beta + \gamma$ ή $4\gamma - \gamma = \alpha + \beta$ ή $3\gamma = \alpha + \beta$ ή $\gamma = \frac{\alpha + \beta}{3}$.