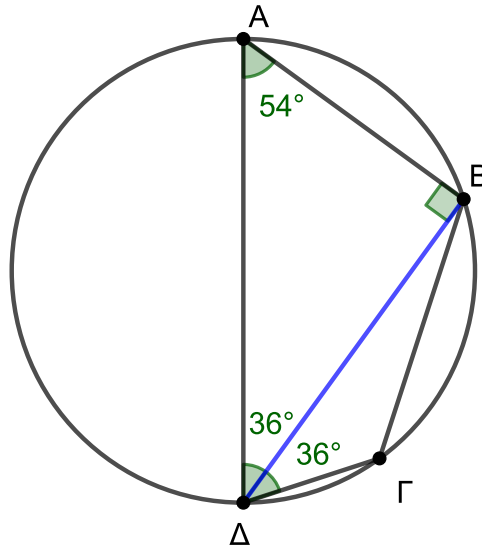


ΛΥΣΗ

α) Επειδή το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο, οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές. Επομένως

$$\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{\Delta} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \text{ και } \widehat{\Gamma} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ .$$

β) i)



Επειδή η ΑΔ είναι διάμετρος του κύκλου, η ΑΒΔ είναι εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο, άρα είναι $\widehat{A\hat{B}D} = 90^\circ$.

ii) Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε $\widehat{B\hat{D}A} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$. Δίνεται όμως ότι $\widehat{A\hat{D}\Gamma} = 72^\circ$, άρα $\widehat{B\hat{D}\Gamma} = \widehat{A\hat{D}\Gamma} - \widehat{B\hat{D}A} = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$. Επομένως είναι $\widehat{B\hat{D}A} = \widehat{B\hat{D}\Gamma} = 36^\circ$, άρα η ΔΒ διχοτομεί τη γωνία ΑΔΓ.

Οι εγγεγραμμένες γωνίες $\widehat{B\hat{D}A}$ και $\widehat{B\hat{D}\Gamma}$ βαίνουν στα τόξα $\widehat{A\hat{B}}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}}$ αντίστοιχα και είναι ίσες αφού $\widehat{B\hat{D}A} = \widehat{B\hat{D}\Gamma} = 36^\circ$. Επομένως και τα τόξα $\widehat{A\hat{B}}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}}$ θα είναι ίσα, άρα η ΔΒ διχοτομεί το τόξο $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$.